Ableitungen elementarer Funktionen

f(x)	f ′(x)
c (Konstante)	0
x	1
x^2	$2x$
$x^n \quad n \in N$	nx^{n-1}
$\frac{1}{x} = x^{-1}$	$\frac{-1}{x^2} = -x^{-2}$
$\sqrt{x} = x^{1/2}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$x^r \quad r \in R\,;\, x \in R^+$	$r\,x^{r-1}$
e^x	e^x
$a^x = e^{x \ln a} \quad a \in R^+$	$a^x \ln a$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\log_a x = \log_a e \ln x$	$\frac{1}{x}\log_a e = \frac{1}{x \ln a}$
$\lg x$	$\frac{1}{x}\lg e = \frac{1}{x \ln 10}$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\cot x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan x$	$\frac{1}{1+x^2}$
$\operatorname{arccot} x$	$-\frac{1}{1+x^2}$
$\sinh x$	$\cosh x$
$\cosh x$	$\sinh x$
$\tanh x$	$\frac{1}{\cosh^2 x}$
$\coth x$	$-\frac{1}{\sinh^2 x}$

$\operatorname{arsinh} x$	$\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$
$\operatorname{arcosh} x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$
$\operatorname{artanh} x$	$\frac{1}{1-x^2} \qquad \lvert x\rvert < 1$
$\operatorname{arcoth} x$	$\frac{1}{1-x^2} \qquad \lvert x\rvert > 1$

$[c \cdot f(x)]' = c \cdot f'(x)$	Faktorregel

$[\,f(x) \pm g(x)\,]' = f'(x) \pm g'(x)$	Summenregel

$[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$	Produktregel

$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2}$	Quotientenregel

$\frac{d}{dx}f(g(x)) = \frac{d}{du}f(u)\frac{d}{dx}g(x) \quad ; \; u = g(x)$	Kettenregel

$y = f(x) \;\Leftrightarrow\; x = g(y)$ $\frac{d}{dx}f(x) = \frac{1}{\frac{d}{dy}g(y)}$	Ableitung der Umkehrfunktion

$x = x(t) \;;\; y = y(t)$ $y' = \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{\dot{y}(t)}{\dot{x}(t)}$	Ableitung bei Parameter-darstellung

1.1.3.2. Tabelle der Potenzreihenentwicklungen einiger Funktionen

Funktion	Potenzreihenentwicklung	Konvergenzbereich
	Algebraische Funktionen	
	Binomische Reihe	
$(a \pm x)^m$	Durch Umformen auf die Gestalt $a^m \left(1 \pm \frac{x}{a}\right)^m$ wird man auf die nachfolgenden Reihen geführt:	$\lvert x\rvert \leqq a$ für $m > 0$ $\lvert x\rvert < a$ für $m < 0$
	Binomische Reihen mit positiven Exponenten	
$(1 \pm x)^m$ $(m > 0)$[1]	$1 \pm mx + \frac{m(m-1)}{2!} x^2 \pm \frac{m(m-1)(m-2)}{3!} x^3 + \dots + (\pm 1)^n \frac{m(m-1)\dots(m-n+1)}{n!} x^n + \dots$	$\lvert x\rvert \leqq 1$
$(1 \pm x)^{1/4}$	$1 \pm \frac{1}{4} x - \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 8} x^2 \pm \frac{1 \cdot 3 \cdot 7}{4 \cdot 8 \cdot 12} x^3 - \frac{1 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11}{4 \cdot 8 \cdot 12 \cdot 16} x^4 \pm \dots$	$\lvert x\rvert \leqq 1$
$(1 \pm x)^{1/3}$	$1 \pm \frac{1}{3} x - \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 6} x^2 \pm \frac{1 \cdot 2 \cdot 5}{3 \cdot 6 \cdot 9} x^3 - \frac{1 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 8}{3 \cdot 6 \cdot 9 \cdot 12} x^4 \pm \dots$	$\lvert x\rvert \leqq 1$
$(1 \pm x)^{1/2}$	$1 \pm \frac{1}{2} x - \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 4} x^2 \pm \frac{1 \cdot 1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 6} x^3 - \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} x^4 \pm \dots$	$\lvert x\rvert \leqq 1$
$(1 \pm x)^{3/2}$	$1 \pm \frac{3}{2} x + \frac{3 \cdot 1}{2 \cdot 4} x^2 \mp \frac{3 \cdot 1 \cdot 1}{2 \cdot 4 \cdot 6} x^3 + \frac{3 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} x^4 \mp \dots$	$\lvert x\rvert \leqq 1$
$(1 \pm x)^{5/2}$	$1 \pm \frac{5}{2} x + \frac{5 \cdot 3}{2 \cdot 4} x^2 \pm \frac{5 \cdot 3 \cdot 1}{2 \cdot 4 \cdot 6} x^3 - \frac{5 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} x^4 \mp \dots$	$\lvert x\rvert \leqq 1$
	Binomische Reihen mit negativen Exponenten	
$(1 \pm x)^{-m}$ $(m > 0)$	$1 \mp mx + \frac{m(m+1)}{2!} x^2 \mp \frac{m(m+1)(m+2)}{3!} x^3 + \dots + (\pm 1)^n \frac{m(m+1)\dots(m+n-1)}{n!} x^n \pm \dots$	$\lvert x\rvert < 1$
$(1 \pm x)^{-1/4}$	$1 \mp \frac{1}{4} x + \frac{1 \cdot 5}{4 \cdot 8} x^2 \mp \frac{1 \cdot 5 \cdot 9}{4 \cdot 8 \cdot 12} x^3 + \frac{1 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 13}{4 \cdot 8 \cdot 12 \cdot 16} x^4 \mp \dots$	$\lvert x\rvert < 1$
$(1 \pm x)^{-1/3}$	$1 \mp \frac{1}{3} x + \frac{1 \cdot 4}{3 \cdot 6} x^2 \mp \frac{1 \cdot 4 \cdot 7}{3 \cdot 6 \cdot 9} x^3 + \frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 10}{3 \cdot 6 \cdot 9 \cdot 12} x^4 \mp \dots$	$\lvert x\rvert < 1$
$(1 \pm x)^{-1/2}$	$1 \mp \frac{1}{2} x + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} x^2 \mp \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} x^3 + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} x^4 \mp \dots$	$\lvert x\rvert < 1$
$(1 \pm x)^{-1}$	$1 \mp x + x^2 \mp x^3 + x^4 \mp \dots$	$\lvert x\rvert < 1$
$(1 \pm x)^{-3/2}$	$1 \mp \frac{3}{2} x + \frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 4} x^2 \mp \frac{3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 4 \cdot 6} x^3 + \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} x^4 \mp \dots$	$\lvert x\rvert < 1$
$(1 \pm x)^{-2}$	$1 \mp 2x + 3x^2 \mp 4x^3 + 5x^4 \mp \dots$	$\lvert x\rvert < 1$
$(1 \pm x)^{-5/2}$	$1 \mp \frac{5}{2} x + \frac{5 \cdot 7}{2 \cdot 4} x^2 \mp \frac{5 \cdot 7 \cdot 9}{2 \cdot 4 \cdot 6} x^3 + \frac{5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} x^4 \mp \dots$	$\lvert x\rvert < 1$
$(1 \pm x)^{-3}$	$1 \mp \frac{1}{1 \cdot 2} (2 \cdot 3x \mp 3 \cdot 4x^2 + 4 \cdot 5x^3 \mp 5 \cdot 6x^4 + \dots)$	$\lvert x\rvert < 1$
$(1 \pm x)^{-4}$	$1 \mp \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} (2 \cdot 3 \cdot 4x \mp 3 \cdot 4 \cdot 5x^2 + 4 \cdot 5 \cdot 6x^3 \mp 5 \cdot 6 \cdot 7x^4 + \dots)$	$\lvert x\rvert < 1$
$(1 \pm x)^{-5}$	$1 \mp \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} (2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5x \mp 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6x^2 + 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7x^3 \mp 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8x^4 + \dots)$	$\lvert x\rvert < 1$

[1]) Für ganzes positives m ist die Reihe endlich, sie enthält $m + 1$ Glieder. Die Koeffizienten sind

$$\frac{m(m-1)\dots(m-n+1)}{n!} = \binom{m}{n}.$$

	Trigonometrische Funktionen	
$\sin x$	$x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} \pm \dots$	$\lvert x\rvert < \infty$
$\sin(x+a)$	$\sin a + x\cos a - \frac{x^2 \sin a}{2!} - \frac{x^3 \cos a}{3!} + \frac{x^4 \sin a}{4!} + \dots + \frac{x^n \sin\left(a + \frac{n\pi}{2}\right)}{n!} \dots$	$\lvert x\rvert < \infty$
$\cos x$	$1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} \pm \dots$	$\lvert x\rvert < \infty$
$\cos(x+a)$	$\cos a - x\sin a - \frac{x^2 \cos a}{2!} + \frac{x^3 \sin a}{3!} + \frac{x^4 \cos a}{4!} - \dots + \frac{x^n \cos\left(a + \frac{n\pi}{2}\right)}{n!} \pm \dots$	$\lvert x\rvert < \infty$
$\tan x$	$x + \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{15}x^5 + \frac{17}{315}x^7 + \frac{62}{2835}x^9 + \dots + \frac{2^{2n}(2^{2n}-1)B_n}{(2n)!}x^{2n-1} + \dots$ [1]	$\lvert x\rvert < \frac{\pi}{2}$
$\cot x$	$\frac{1}{x} - \left[\frac{x}{3} + \frac{x^3}{45} + \frac{2x^5}{945} + \frac{x^7}{4725} + \dots + \frac{2^{2n}B_n}{(2n)!}x^{2n-1} + \dots\right]$ [1]	$0 < \lvert x\rvert < \pi$
	Inverse trigonometrische Funktionen	
$\arcsin x$	$x + \frac{x^3}{2\cdot 3} + \frac{1\cdot 3x^5}{2\cdot 4\cdot 5} + \frac{1\cdot 3\cdot 5x^7}{2\cdot 4\cdot 6\cdot 7} + \dots + \frac{1\cdot 3\cdot 5\dots(2n-1)\,x^{2n+1}}{2\cdot 4\cdot 6\dots(2n)(2n+1)} + \dots$	$\lvert x\rvert < 1$
$\arccos x$	$\frac{\pi}{2} - \left[x + \frac{x^3}{2\cdot 3} + \frac{1\cdot 3x^5}{2\cdot 4\cdot 5} + \frac{1\cdot 3\cdot 5x^7}{2\cdot 4\cdot 6\cdot 7} + \dots + \frac{1\cdot 3\cdot 5\dots(2n-1)\,x^{2n+1}}{2\cdot 4\cdot 6\dots(2n)(2n+1)} + \dots\right]$	$\lvert x\rvert < 1$
$\sec x$	$1 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{24}x^4 + \frac{61}{720}x^6 + \frac{277}{8064}x^8 + \dots + \frac{E_n}{(2n)!}x^{2n} + \dots$ [1]	$\lvert x\rvert < \frac{\pi}{2}$
$\operatorname{cosec} x$	$\frac{1}{x} + \frac{1}{6}x + \frac{7}{360}x^3 + \frac{31}{15120}x^5 + \frac{127}{604800}x^7 + \dots + \frac{2(2^{n-1}-1)}{(2n)!}B_n x^{2n-1}$ [2]	$0 < \lvert x\rvert < \pi$
	Exponentialfunktionen	
e^x	$1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$	$\lvert x\rvert < \infty$
$a^x = e^{x\ln a}$	$1 + \frac{x\ln a}{1!} + \frac{(x\ln a)^2}{2!} + \frac{(x\ln a)^3}{3!} + \dots + \frac{(x\ln a)^n}{n!} + \dots$	$\lvert x\rvert < \infty$
$\frac{x}{e^x - 1}$	$1 - \frac{x}{2} + \frac{B_1x^2}{2!} - \frac{B_2x^4}{4!} + \frac{B_3x^6}{6!} - \dots + (-1)^{n+1}\frac{B_nx^{2n}}{(2n)!} \pm \dots$ [2]	$\lvert x\rvert < 2\pi$
	Logarithmische Funktionen	
$\ln x$	$2\left[\frac{x-1}{x+1} + \frac{(x-1)^3}{3(x+1)^3} + \frac{(x-1)^5}{5(x+1)^5} + \dots + \frac{(x-1)^{2n+1}}{(2n+1)(x+1)^{2n+1}} + \dots\right]$	$x > 0$
$\ln x$	$(x-1) - \frac{(x-1)^2}{2} + \frac{(x-1)^3}{3} - \frac{(x-1)^4}{4} + \dots + (-1)^{n+1}\frac{(x-1)^n}{n} \pm \dots$	$0 < x \leqq 2$
$\ln x$	$\frac{x-1}{x} + \frac{(x-1)^2}{2x^2} + \frac{(x-1)^3}{3x^3} + \dots + \frac{(x-1)^n}{nx^n} + \dots$	$x > \frac{1}{2}$
$\ln(1+x)$	$x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots + (-1)^{n+1}\frac{x^n}{n} \pm \dots$	$-1 < x \leqq 1$
$\ln(1-x)$	$-\left[x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} + \dots + \frac{x^n}{n} + \dots\right]$	$-1 \leqq x < 1$

	Inverse trigonometrische Funktionen	
arcsin x	$x + \frac{x^3}{2\cdot 3} + \frac{1\cdot 3x^5}{2\cdot 4\cdot 5} + \frac{1\cdot 3\cdot 5x^7}{2\cdot 4\cdot 6\cdot 7} + \dots + \frac{1\cdot 3\cdot 5\dots(2n-1)\,x^{2n+1}}{2\cdot 4\cdot 6\dots(2n)(2n+1)} + \dots$	$\lvert x\rvert < 1$
arccos x	$\frac{\pi}{2} - \left[x + \frac{x^3}{2\cdot 3} + \frac{1\cdot 3x^5}{2\cdot 4\cdot 5} + \frac{1\cdot 3\cdot 5x^7}{2\cdot 4\cdot 6\cdot 7} + \dots + \frac{1\cdot 3\cdot 5\dots(2n-1)\,x^{2n+1}}{2\cdot 4\cdot 6\dots(2n)(2n+1)} + \dots\right]$	$\lvert x\rvert < 1$
arctan x	$x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1} \pm \dots$	$\lvert x\rvert < 1$
arctan x	$\pm\frac{\pi}{2} - \frac{1}{x} + \frac{1}{3x^3} - \frac{1}{5x^5} + \frac{1}{7x^7} - \dots + (-1)^{n+1}\frac{1}{(2n+1)\,x^{2n+1}} \pm \dots\ ^{1)}$	$\lvert x\rvert > 1$
arccot x	$\frac{\pi}{2} - \left[x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1} \pm \dots\right]$	$\lvert x\rvert < 1$
	Hyperbelfunktionen	
sinh x	$x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^7}{7!} + \dots + \frac{x^{2n-1}}{(2n+1)!} + \dots$	$\lvert x\rvert < \infty$
cosh x	$1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^6}{6!} + \dots + \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \dots$	$\lvert x\rvert < \infty$
tanh x	$x - \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{15}x^5 - \frac{17}{315}x^7 + \frac{62}{2835}x^9 - \dots + \frac{(-1)^{n+1}\,2^{2n}(2^{2n}-1)}{(2n)!}B_n x^{2n-1} \pm \dots\ ^{2)}$	$\lvert x\rvert < \frac{\pi}{2}$
coth x	$\frac{1}{x} + \frac{x}{3} - \frac{x^3}{45} + \frac{2x^5}{945} - \frac{x^7}{4725} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}\,2^{2n}}{(2n)!}B_n x^{2n-1} \pm \dots\ ^{2)}$	$0 < \lvert x\rvert < \pi$
	Areafunktionen	
arsinh x	$x - \frac{1}{2\cdot 3}x^3 + \frac{1\cdot 3}{2\cdot 4\cdot 5}x^5 - \frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6\cdot 7}x^7 + \dots + (-1)^n\cdot\frac{1\cdot 3\cdot 5\dots(2n-1)}{2\cdot 4\cdot 6\dots 2n(2n+1)}x^{2n+1} \pm \dots$	$\lvert x\rvert < 1$
arcosh x	$\ln(2x) - \frac{1}{2\cdot 2x^2} - \frac{1\cdot 3}{2\cdot 4\cdot 4x^4} - \frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6\cdot 6x^6} - \dots$	$x > 1$
artanh x	$x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + \dots + \frac{x^{2n-1}}{2n+1} + \dots$	$\lvert x\rvert < 1$
arcoth x	$\frac{1}{x} + \frac{1}{3x^3} + \frac{1}{5x^5} + \frac{1}{7x^7} + \dots + \frac{1}{(2n+1)\,x^{2n+1}} + \dots$	$\lvert x\rvert > 1$

1.1.3.1. Tabelle der Summenwerte einiger numerischer Reihen

1. $1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots + \frac{1}{n!} + \dots = e,$
2. $1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \dots \pm \frac{1}{n!} \mp \dots = \frac{1}{e},$
3. $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots \pm \frac{1}{n} \mp \dots = \ln 2,$
4. $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots = 2,$
5. $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots \pm \frac{1}{2^n} \mp \dots = \frac{2}{3},$
6. $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \dots \pm \frac{1}{2n-1} \mp \dots = \frac{\pi}{4},$
7. $\frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} + \dots = 1,$
8. $\frac{1}{1\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 5} + \frac{1}{5\cdot 7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} + \dots = \frac{1}{2},$
9. $\frac{1}{1\cdot 3} + \frac{1}{2\cdot 4} + \frac{1}{3\cdot 5} + \dots + \frac{1}{(n-1)(n+1)} + \dots = \frac{3}{4},$
10. $\frac{1}{3\cdot 5} + \frac{1}{7\cdot 9} + \frac{1}{11\cdot 13} + \dots + \frac{1}{(4n-1)(4n+1)} + \dots = \frac{1}{2} - \frac{\pi}{8},$
11. $\frac{1}{1\cdot 2\cdot 3} + \frac{1}{2\cdot 3\cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)} + \dots = \frac{1}{4},$
12. $\frac{1}{1\cdot 2\dots l} + \frac{1}{2\cdot 3\dots(l+1)} + \dots + \frac{1}{n\dots(n+l-1)} + \dots = \frac{1}{(l-1)(l-1)!},$
13. $1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2} + \dots = \frac{\pi^2}{6},$
14. $1 - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} + \dots \pm \frac{1}{n^2} \mp \dots = \frac{\pi^2}{12},$
15. $\frac{1}{1^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \dots + \frac{1}{(2n+1)^2} + \dots = \frac{\pi^2}{8},$
16. $1 + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} + \dots + \frac{1}{n^4} + \dots = \frac{\pi^4}{90},$
17. $1 - \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} - \dots \pm \frac{1}{n^4} \mp \dots = \frac{7\pi^4}{720},$
18. $\frac{1}{1^4} + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{5^4} + \dots + \frac{1}{(2n+1)^4} + \dots = \frac{\pi^4}{96},$

Unbestimmte Integrale

$f(x)$	$F(x) = \int f(x)dx$
x^a	$\frac{x^{a+1}}{a+1} \quad a \neq -1$
$1/x$	$\ln\lvert x\rvert$
e^x	e^x
e^{ax}	e^{ax}/a
xe^x	$e^x(x-1)$
x^2e^x	$e^x(x^2-2x+2)$
xe^{ax}	$\frac{e^{ax}}{a^2}(ax-1)$
x^2e^{ax}	$\frac{e^{ax}}{a^3}(a^2x^2-2ax+2)$
a^x	$\frac{a^x}{\ln a}$
$\sin x$	$-\cos x$
$\sin^2 x$	$(1/2)(x - \sin x\cos x)$
$x\sin x$	$\sin x - x\cos x$
$\sin ax$	$(-1/a)\cos ax$
$\sin^2 ax$	$\frac{x}{2} - \frac{1}{2a}\sin ax\cos ax$
$x\sin ax$	$\frac{\sin ax}{a^2} - \frac{x\cos ax}{a}$
$e^{ax}\sin bx$	$\frac{e^{ax}}{a^2+b^2}(a\sin bx - b\cos bx)$
$\frac{1}{\sin^2 x}$	$-\cot x$

$f(x)$	$F(x) = \int f(x)dx$
$\cos x$	$\sin x$
$\cos^2 x$	$(1/2)(x + \sin x\cos x)$
$x\cos x$	$\cos x + x\sin x$
$\cos ax$	$(1/a)\sin ax$
$\cos^2 ax$	$\frac{x}{2} + \frac{1}{2a}\sin ax\cos ax$
$x\cos ax$	$\frac{\cos ax}{a^2} + \frac{x\sin ax}{a}$
$e^{ax}\cos bx$	$\frac{e^{ax}}{a^2+b^2}(a\cos bx + b\sin bx)$
$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\tan x$
$\tan x$	$-\ln\lvert\cos x\rvert$
$\tan ax$	$-\frac{1}{a}\ln\lvert\cos ax\rvert$
$\cot x$	$\ln\lvert\sin x\rvert$
$\cot ax$	$\frac{1}{a}\ln\lvert\sin ax\rvert$
$\sin x\cos x$	$(1/2)\sin^2 x$
$\frac{1}{\sin x\cos x}$	$\ln\lvert\tan x\rvert$
$\sin ax\cos ax$	$(1/2a)\sin^2 ax$
$\ln x$	$x\ln x - x$
$x\ln x$	$\frac{x^2}{2}\ln x - \frac{x^2}{4}$

$f(x)$	$F(x) = \int f(x)dx$
$x^n\ln x$	$\frac{x^{n+1}}{n+1}\ln x - \frac{x^{n+1}}{(n+1)^2}$
$(\ln x)^2$	$x(\ln x)^2 - 2x\ln x + 2x$
$\frac{\ln x}{x}$	$\frac{(\ln x)^2}{2}$
$\frac{(\ln x)^n}{x}$	$\frac{(\ln x)^{n+1}}{n+1}$
$\frac{1}{a^2+x^2}$	$\frac{1}{a}\arctan(x/a)$
$\frac{1}{a^2-x^2}$	$\frac{1}{2a}\ln\frac{a+x}{a-x} \quad \lvert x\rvert < a$
$\frac{1}{x^2-a^2}$	$\frac{1}{2a}\ln\frac{x-a}{x+a} \quad \lvert x\rvert > a$
$\sqrt{a^2-x^2}$	$\frac{1}{2}(x\sqrt{a^2-x^2} + a^2\arcsin(x/a))$
$\sqrt{x^2-a^2}$	$\frac{1}{2}(x\sqrt{x^2-a^2} - a^2\ln(x + \sqrt{x^2-a^2}))$
$\frac{1}{\sqrt{a^2+x^2}}$	$\ln(x + \sqrt{a^2+x^2})$
$\frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}$	$\arcsin(x/a)$
$\frac{x}{\sqrt{a^2-x^2}}$	$-\sqrt{a^2-x^2}$
$x\sqrt{a^2-x^2}$	$-\frac{1}{3}(\sqrt{a^2-x^2})^3$

$$\int\sqrt{a^2+x^2}\,dx = \frac{1}{2}(x\sqrt{a^2+x^2} + a^2 \operatorname{ar\,sinh}\frac{x}{a}) = \frac{1}{2}[x\sqrt{a^2+x^2} + a^2\ln(x+\sqrt{a^2+x^2})]$$

$$\int\frac{1}{\sqrt{x^2-a^2}}\,dx = \operatorname{ar\,cosh}\frac{x}{a} = \ln\left|\frac{x+\sqrt{x^2-a^2}}{a}\right|$$