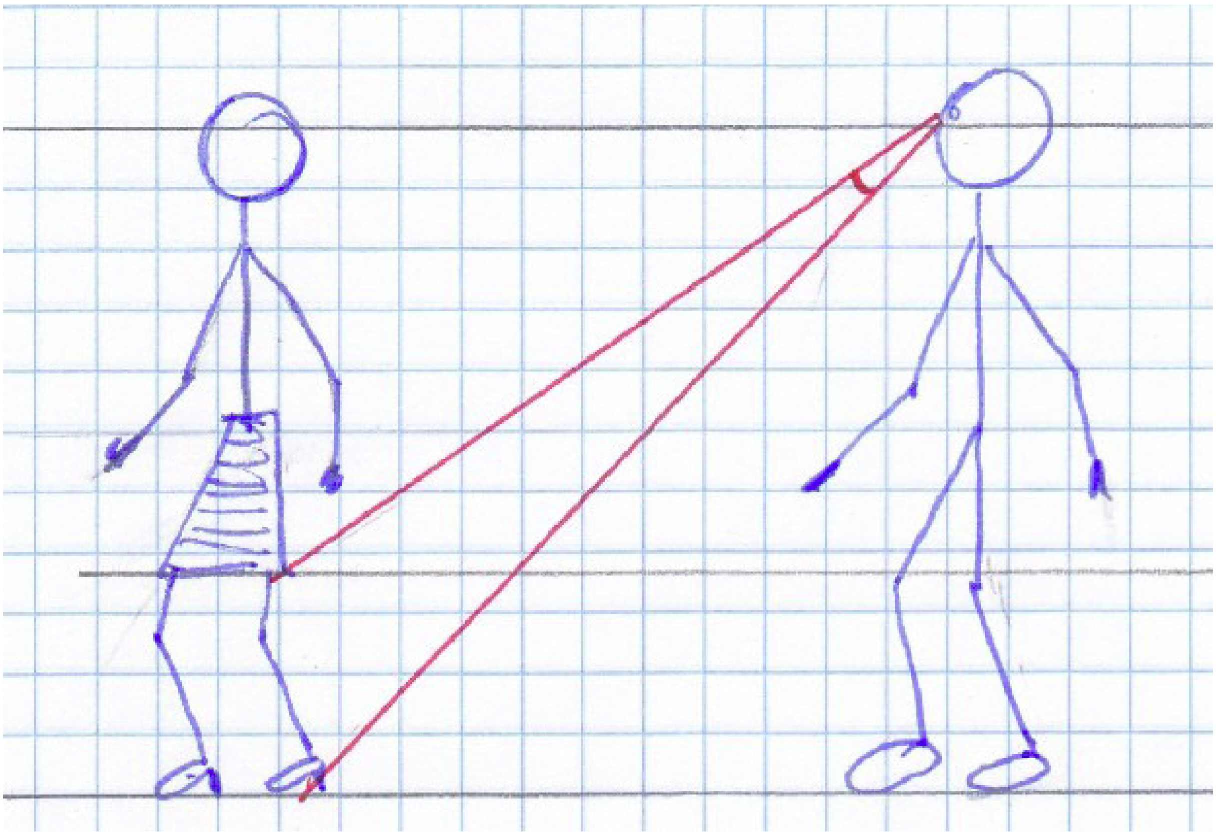

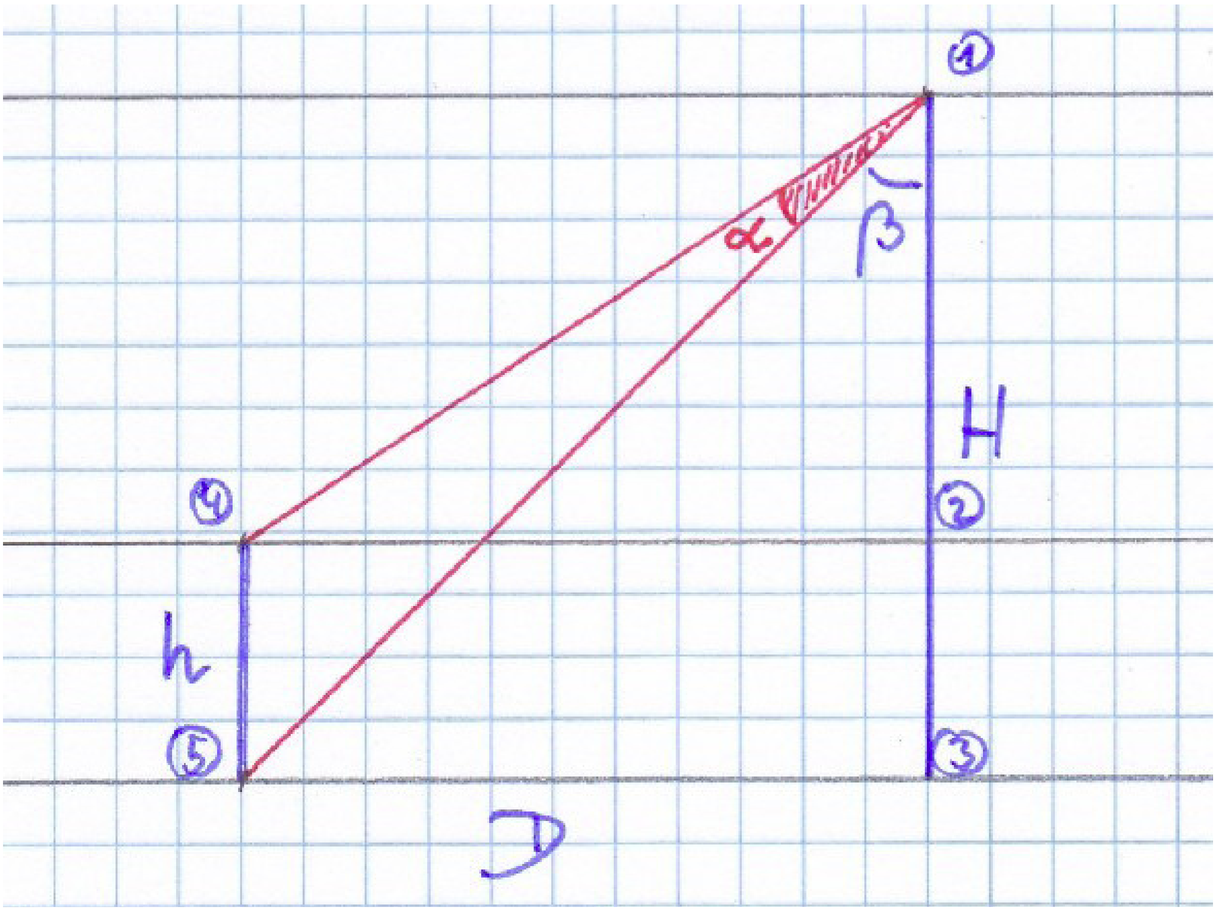

1
α
β
H
2
4
h
5
3
D

Es gilt:

$$\tan(\alpha+\beta)=\frac{D}{H-h}\Rightarrow\alpha+\beta=\arctan\left(\frac{D}{H-h}\right)\quad\text{mit}\quad D\geq 0,\quad h>0,\quad H>0$$

$$\tan(\beta)=\frac{D}{H}\Rightarrow\beta=\arctan\left(\frac{D}{H}\right)\Rightarrow\alpha=\alpha(D)=\arctan\left(\frac{D}{H-h}\right)-\arctan\left(\frac{D}{H}\right)$$

$$\Rightarrow\alpha'(D)=\frac{1}{H-h}\cdot\frac{1}{1+\frac{D^2}{(H-h)^2}}-\frac{1}{H}\cdot\frac{1}{1+\frac{D^2}{H^2}}=\frac{H-h}{(H-h)^2+D^2}-\frac{H}{H^2+D^2}$$

Notwendige Bedingung für einen Extremwert ist $\alpha'(D)=0$

$$\Rightarrow\frac{H-h}{(H-h)^2+D^2}=\frac{H}{H^2+D^2}\Rightarrow$$

$$\boxed{D=+\sqrt{H(H-h)}}$$

Rechtfertigung, dass es sich um ein Maximum handelt:

$$\alpha''\left(\sqrt{H(H-h)}\right)=-\frac{h}{(2H-h)^2\sqrt{H(H-h)}}<0$$

Wenn der Student gut in Mathe ist, wählt er als Abstand das geometrische Mittel aus H und H-h.

Für H=175 cm und h=70 cm folgt für den optimalen Abstand ca. 135,55 cm.