BERUFSAKADEMIE
STUTTGART

University of Cooperative Education

Fachrichtung Elektrotechnik

Studienjahr: 2008 Kurs: TEL08GR1
Semester: 2 [x] 1. Klausur [ ] Wiederholungsklausur

Fach: Mathematik 2
Datum: 17. Juli 2009
Prüfer: M. Baum / W. Schmid

Studierender: …… .... ← hier Name/Vorname eintragen

Prüfungsdauer: 90 Minuten ....

Hilfsmittel: 6-seitige eigenhändige Formelsammlung, ausgeteilte Formelsammlung, einfacher Taschenrechner

BA Besuchsprüfer: .... External OU Examiner: ....
(wird nur bei Stichprobe ausgefüllt)

Die Klausur besteht aus 7 Teilaufgaben, von denen 7 bearbeitet werden sollen.
Auf die Prüfungsordnung wurde hingewiesen.

Weitere Hinweise:

Aufgaben-nummer	max. Punkte	erreichte Punkte	Besuchs-prüfer	Bemerkungen
1	18			
2	21			
3	10			
4	6			
5	14			
6	8			
7	13			
Summe	90			
	Datum:			**Unterschrift Prüfer:**

Aufgabe 1 (18P)

a) (2P) Geben Sie die folgende komplexe Zahl in der Form $re^{j\varphi}$ an

$$z = 2 - j \cdot 2\sqrt{3}$$

b) (3P) Berechnen Sie den Betrag der komplexen Zahl

$$z = \frac{3+5j}{1+4j}$$

c) (6P) Berechnen Sie sämliche Lösungen der Gleichung

$$z^3 - \frac{3\sqrt{2}}{1-j} = 0$$

d) (7P) Durch Überlagerung der beiden Schwingungen

$$x_1(t) = 4\cos(\omega t) \quad \text{und} \quad x_2(t) = 2\cos(\omega t + \frac{2}{3}\pi)$$

ensteht eine resultierende Schwingung $x(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$.
Berechnen Sie $A > 0$ und $\varphi \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 2 (21P)

a) (3P) Wie lautet der Imaginärteil der komplexen Zahl

$$z = \frac{e^{j\frac{\pi}{3}}}{(1+j)^2} \; ?$$

b) (4P) Gegeben sind die komplexen Zahlen $z_1 = 2 + j$ und $z_2 = 1 - 2j$.

Berechnen Sie $\left| 3z_1 - \frac{5}{z_2} \right|$.

c) (5P) Wie lauten Real- und Imaginärteil der im 1. Quadranten liegenden Lösung der Gleichung

$$z^4 = -2 - 2\sqrt{3}j \; ?$$

Geben Sie die Lösungsmenge auch grafisch an.

d) (5P) Wo liegen in der komplexen Zahlenebene alle Zahlen, für die gilt:

$$\left| \frac{z-1}{z+1} \right| = 2 \; ?$$

e) (4P) Gegeben sei die Ortskurve

$$z(t) = \frac{2j}{\cos t + j \sin t} \qquad (t \geq 0)$$

Zeichnen Sie die Kurve, makieren Sie den Kurvenpunkt für $t = 0$ und den Durchlaufsinn der Kurve.

Aufgabe 3 (10P)

Berechnen Sie die unbestimmten Integrale

a) (2P) $\int \frac{e^{ax}}{1+e^{ax}}dx$ mit $a \in \mathbb{R}$. b) (3P) $\int \frac{x}{\sqrt{(x^2+25)^3}}dx$ c) (5P) $\int \frac{\sin^3 x}{\cos x}dx$

Aufgabe 4 (6P)

Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte

a) (2P) $\lim\limits_{x \to 1} \frac{x-1-\ln x}{(x-1)^2}$ b) (4P) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{x\sin(2x)}{e^x-2+e^{-x}}$

Aufgabe 5 (14P)

Berechnen Sie das folgende Integral näherungsweise mit Hilfe der Potenzreihenentwicklung des Integranden (Fehler kleiner als 0,001)

$$\int_0^1 \frac{1-\cos x}{x^2}dx$$

Aufgabe 6 (8P)

a) (4P) Berechnen Sie die erste Ableitung y' der Funktion $y = f(x) = \ln\left(\cos^2\left(x^2+1\right)\right)$.

b) (4P) Gegeben sei das folgende uneigentliche Integral

$$I(a) = \int_1^\infty x e^{ax} dx \quad \text{mit } a \in \mathbb{R}.$$

Für welche Werte von a konvergiert dieses Integral? Bestimmen Sie für diese a den Wert des Integrals.

Aufgabe 7 (13P)

Betrachtet wird die lineare Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten

$$y'' + 2y' + (1+\omega^2)y = e^{-x} \quad \text{mit } \omega \in \mathbb{R}.$$

a) (7P) Ermitteln Sie die allgemeine Lösung $y_h(x)$ der zugehörigen homogenen Differentialgleichung.

b) (7P) Bestimmen Sie für $\omega = 0$ die allgemeine Lösung der Differentialgleichung.