

Lineare Gleichungssysteme mit Parameter (II)

1. Gegeben ist das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned} -x_1 + 2x_2 + 6cx_3 &= 2 \\ 2x_1 - 3x_2 - 9cx_3 &= -4 \\ -x_1 + 3x_2 + 3c^2x_3 &= 11 - c^2 \end{aligned} \quad \text{mit } c \in \mathbb{R}.$$

Ermitteln Sie mit Hilfe des Algorithmus von Gauß die Anzahl der Lösungen des Gleichungssystems. Geben Sie jeweils die Lösungsmenge an.

2. Gegeben ist das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 &= 4 \\ 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 &= 9 \\ 3x_1 + 5x_2 + (4+a)x_3 &= 13 - 3a \end{aligned} \quad \text{mit } a \in \mathbb{R}.$$

Ermitteln Sie mit Hilfe des Algorithmus von Gauß die Lösungsmengen.

3. Gegeben ist das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned} 3x_1 - x_2 + cx_3 &= 3c - 1 \\ -9x_1 + 4x_2 - cx_3 &= 7 - 9c \\ -3x_1 + 2x_2 + (c^2 - c)x_3 &= 3 - 2c \end{aligned} \quad \text{mit } c \in \mathbb{R}.$$

Ermitteln Sie mit Hilfe des Algorithmus von Gauß die Anzahl der Lösungen des Gleichungssystems. Geben Sie jeweils die Lösungsmenge an.

4. Gegeben ist das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned} kx_1 + (2-k)x_3 &= k \\ 2x_2 - 2x_3 &= -2 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 &= 2 + k \end{aligned} \quad \text{mit } k \in \mathbb{R}.$$

- 4.1 Ermitteln Sie mit Hilfe des Gauß-Algorithmus, für welche Werte von k das Gleichungssystem genau eine Lösung besitzt.
4.2 Untersuchen Sie, für welche Werte von k es keine bzw. unendlich viele Lösungen gibt. Geben Sie jeweils die Lösungsmenge an.

5. Gegeben ist das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned} -x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 3 + k \\ (k+1)x_2 - (k-1)x_3 &= k + 1 \\ x_1 - x_3 &= -1 \end{aligned} \quad \text{mit } k \in \mathbb{R}.$$

Ermitteln Sie mit Hilfe des Gauß-Algorithmus die Lösungsmenge in Abhängigkeit von k .

6. Gegeben ist das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned} kx_1 + x_2 + x_3 &= 1 \\ x_1 + kx_2 + 4x_3 &= 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 &= 1 \end{aligned} \quad \text{mit } k \in \mathbb{R}.$$

Ermitteln Sie mit Hilfe des Gauß-Algorithmus die Lösungsmenge in Abhängigkeit von k .