DHBW Duale Hochschule Baden-Württemberg Stuttgart

Themen:
Mehrdimensionale Analysis – Ableiten im Raum, Tangentialebene, totales Differential

---

Aufgabe A1:

Bestimmen Sie die partiellen Ableitungen 1. und 2. Ordnung der folgenden Funktionen:

a) $z(x,y)=(3x-5y)^4$

b) $z(x,y)=\sqrt{x^2-2xy}$

c) $z(x,y)=e^{-x+y}+\ln\left(\frac{x}{y}\right)$

d) $z(x,y)=\ln\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)$

e) $u(x,t)=\frac{x-2t}{2x+t}$

Aufgabe A2:

Gegeben ist die Funktion $f(x,y)=3xy-\cos(x-y)+x^3y^5$. Zeigen Sie, dass $f_{xy}=f_{yx}$ ist und weisen Sie damit den Satz von Schwarz an diesem Beispiel nach.

Aufgabe A3:

Zeigen Sie, dass die Funktion $f(x,y)=a\cdot e^{\frac{x}{y}}$ die Gleichung $xf_x+yf_y=0$ erfüllt.

Aufgabe A4:

Differenzieren Sie die Funktion $z=(xy)^2+\sqrt{x}$ mit $x=t^2$ und $y=\sqrt{t}$ nach dem Parameter t zum einen durch die Verwendung der Kettenregel und zum anderen durch Einsetzen der Parametergleichung in die Funktionsgleichung.

Aufgabe A5:

Bestimmen Sie die Gleichung der Tangentialebene im Punkt P.

a) $z=\left(x^2+y^2\right)\cdot e^{-x}$ und $P(0/1/1)$

b) $z=3\cdot\sqrt{\frac{x^2}{y}}+2\cos(\pi\cdot(x+2y))$ und $P(2/1/?)$

Aufgabe A6:

Zeigen Sie, dass die Funktion $f(x,y,z)=\frac{a}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}+b$ eine Lösung der sog. Laplace-Gleichung $\Delta u:=u_{xx}+u_{yy}+u_{zz}=0$ ist.

Aufgabe A7:

Bestimmen Sie das totale Differential der Funktionen:

a) $z(x, y) = 4x^3 y - 3x \cdot e^y$

b) $u(x, y, z) = \ln \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

c) $f(x, t) = \dfrac{t^2 + x}{2t - 4x}$

Aufgabe A8:

Berechnen Sie unter Verwendung des totalen Differentials die Oberflächenänderung $\Delta O \approx dO$ eines Zylinders mit Boden und Deckel, dessen Radius $r = 10$ cm um $5\,\%$ vergrößert und dessen Höhe $h = 25$cm gleichzeitig um $2\,\%$ verkleinert wurde und vergleichen Sie diesen Näherungswert mit dem exakten Wert ΔO_{exakt}.